

## 第 8 回

9. 光学活性 (旋光性) . . . . .	144
9.1 旋光性とは	144
9.2 等方性媒質中での旋光性	147
9.3 旋光性の波長依存性	150
9.4 結晶の旋光性	152
9.5 水晶の旋光性	157
9.5.1 光学軸に平行に伝搬する光	158
9.5.2 光学軸に斜めに伝搬する光	159
付録	
E. 発散と回転	163
F. Maxwell 方程式と平面電磁波	164
G. 光学定数の定義	167

### 9. 光学活性 (旋光性)

#### 9.1 旋光性とは

水晶は一軸性結晶なので、光学軸に沿って伝播する光波は複屈折を起こさず、光波はそのままの形を保って伝搬し、入射光の偏光状態のままの形で出射すると予想される。

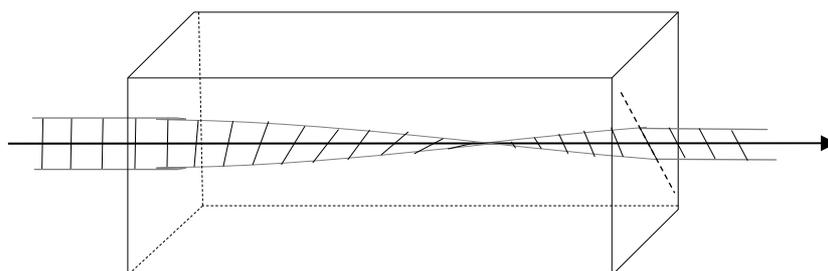


図 9.1 光学活性 (左回り旋光の例)

しかし、アラゴ (Arago)

は 1811 年に、水晶で光学軸に平行に伝搬する光はその直線偏光軸の方向が回転することを見出している(図 9.1)。観測によると偏光軸方向の回転角は光の伝播距離に比例する。このことから、この現象は固体内で起こる現象で表面効果ではないことがわかる。このように光が物体を透過したとき、その偏光方向が回転する現象を光学活性\* (optical activity) 或いは旋光性(rotatory polarization)という。偏光方向が回転する現象は磁場を印加したときにもみられたが (ファラデー効果、8 章参照) ここで述べる現象は外場のない状態で起こる現象である。

\* ) 広義の意味では円偏光 2 色性も含まれます。

それ故、この現象を自然旋光性ということもある。光学活性を示す物体を光学活性体、あるいは旋光性物質(Optically active substance)という。同一化学式であらわされるが立体的な分子構造が互いに鏡像関係にあつて、回転などの対称操作によってはどうしても重ね合わせることができないような立体的分子化合物や、構造が鏡像関係にある結晶に光学活

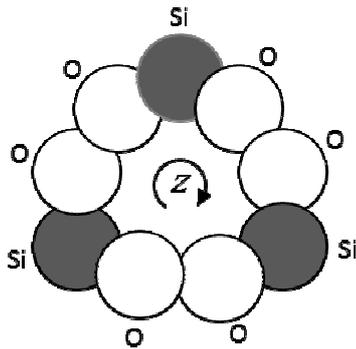


図9.2 右水晶: 珪素と酸素が光学軸に  
そって右回りの螺旋状に配列している

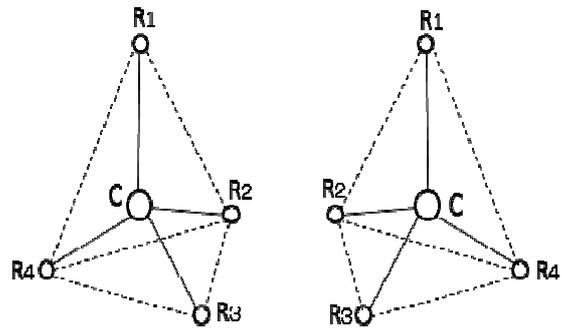


図9.3 鏡像関係にある分子

性を示すものが多い。このため、有機化

合物や生体高分子の立体構造の解明にこの旋光性が利用されている。光を受光する観測者から見て偏光の回転方向が時計回りに回転しているものを右旋光性、そのような物質を右旋性異性体 (Dextrorotatory isomer、略称してd異性体)、反時計回りに回転しているものを左旋光性、そのような現象を示す物質を左旋性異性体 (Laevorotatory isomer、略称してl異性体) という。両異性体が等量含まれていて見かけ上旋光性を示さないものをラセミ体 (Racemic body) という。図 9.2 は右水晶の構成原子の配列で、珪素原子と酸素原子が光学軸 (z 軸) に沿って螺旋状に配列している様子を示す。これに対して左水晶では螺旋の巻き方が図 9.2 と反対で左巻きになっている。右水晶では偏光方向が右回りに回転するが、左水晶では偏光方向は、逆に左回りに回転する。図 9.3 に示す、互いに鏡像関係にある分子も光学活性を示し、偏光の回転方向は左右の分子で逆になっている。

以下で偏光軸が回転する旋光性が生じる現象が起こる原因を、図 9.2, 9.3 に示した水晶や分子の構造をさらに単純化したモデルを使って考えてみよう。図 9.4 に示すような、a, b からなる分子が A 構造、B 構造を取るモデル分子を想定する。A 構造では a 分子は x 軸方向、b 分子は、z 軸上で少しずれて、+y 方向にある。一方、B 構造では a 分子は同じく x 軸方向であるが、b 分子は A 構造とは逆に -y 方向を向いている。

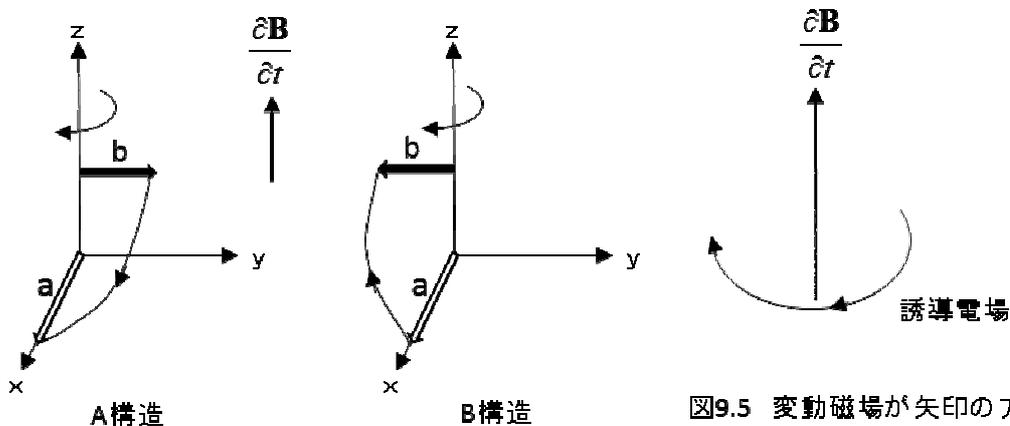


図9.4 螺旋構造のab分子

図9.5 変動磁場が矢印の方向  
に増加すると、それを打ち消す  
方向に誘導電流が流れる。

A 構造と B 構造は  $xz$  面に対して鏡像関係になっており、回転などの操作では互いを重ね合わせる事が出来ない。このモデルは、物体を構成する分子の配列が軸（今の場合は  $z$  軸）に対して右巻きと左巻きである場合に対応している。a、b 分子間の電子移動は矢印の先端間での移動が容易であるとする。

この分子に、時間変化する磁場がかかると、その変化を打ち消すように誘導起電力が生じ、分子間に電流が流れる。ここでは、この磁場は入射した電磁波の磁場を考えている。

この磁場変化  $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$  が図のように螺旋を巻く  $z$  方向を向いていると、図 9.5 に示すように、空間に誘導電場が生じ、それに従って A 構造分子、B 構造分子とも a,b 分子間に電荷移動が起こり、図 9.4 で矢印で示したように  $z$  から見て右回りの電流が流れる（レンツの法則）。しかし、螺旋構造のために A 構造分子では下方にプラス電荷が溜まり、逆に B 構造分子では上方にプラス電荷が溜まる（電子は電流と逆方向に動く）。すなわち、 $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$  による誘導起電力のために分子が分極を起こすのである。なお、A 構造がひっくり返った場合（例えば、 $x$  軸を軸に  $180^\circ$  回転）でも、誘起される分極の向きは、もとの A 構造の分極の向きと同じになっている。すなわち、A 構造では分子全体が  $180^\circ$  回転した場合でも分極方向は変わらず、分極は  $z$  のマイナス方向を向くのである。同様のことは B 構造分子についてもいえる。B 構造分子の分極方向は  $z$  のプラス方向を向いている。同じことは図 9.2 の水晶についてもいえる。変化する磁場によって誘起される分極に、電場によって誘起される分極を加えると分子に誘起される電気双極子モーメント  $\mathbf{p}$  は

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E} + \beta \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (9.1)$$

と書けるだろう。 $\alpha$  は分子分極率である。 $\beta$  の前に + を付けたのは、右回り螺旋（B 構造）を基準に考えたとき、分子分極の向きは磁場変化の向きと同じ向きになるからである。これまでの考察で分かるように、 $\beta$  が有限に残るのは、分子が螺旋構造を含むことが必要である。それ故、対象中心があるような物質ではこのような現象（光学活性）は起こらない。

このような分子で構成される物質の電束密度  $\mathbf{D}$  は (9.1) 式から

$$\mathbf{D} = \tilde{\epsilon} \mathbf{E} + \tilde{b} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (9.2)$$

とかけるであろう。 $\tilde{b}$  は物質で決まる物質定数である。一般には  $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$  の向きによって発生す

る電気双極子モーメントは大きさも方向も異なるので  $\tilde{b}$  はテンソル量である。 $\tilde{\epsilon}$  は螺旋構造を考慮に入れないときの誘電率テンソルである。なお、結晶では分子あるいは原子の配列が螺旋構造をとればよく、構成分子が螺旋構造をとる必要はない。旋光性を示す水晶がその例で、左水晶、右水晶の 2 つの結晶が存在する。

マクスウェル方程式 ( $\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$ ) より、

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} = i\mathbf{k} \times \mathbf{E} \quad (9.3)$$

ただし、右辺の式は電磁波が平面波  $e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$  として伝搬していることを用いた。(9.3) 式を (9.2) 式に代入すると、 $\mathbf{k} = \frac{2\pi n}{\lambda} \mathbf{s}$  であるから、改めて物質定数を  $\tilde{\mathbf{G}}$  と置くと、

$$\mathbf{D} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{E} + i\epsilon_0 \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s} \times \mathbf{E} \quad (9.4)$$

ここで、 $\mathbf{s}$  は光の伝搬方向 (位相速度) を向いた単位ベクトルである。誘導起電力を誘起する磁場変動  $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$  は、(9.3) 式に示すように光の伝搬方向 ( $\mathbf{k}$ ) と偏光電場方向 ( $\mathbf{E}$ ) に直交する方向である。この磁場変動によって誘起される誘導電流が螺旋上を流れるために分極が起こるのである。

(9.4) 式は磁気光学効果で得られた (8.53) 式と同形である。磁気光学効果では  $\mathbf{G}$  は印加磁場で決まる量であったが、(9.4) 式では  $\epsilon_0 \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s}$  がこれに対応しており、ベクトル方向は光の伝搬方向で決まる点が磁気光学効果の  $\mathbf{G}$  と異なっている。この点を除けば、(8.53)、(9.4) 式は同一式とみなせるので、(9.4) 式は磁気光学効果でみられたような偏光方向の回転が光学活性体に起こることを予想させる。

## 9.2 等方性媒質中での旋光性

旋光性を端的に表している、簡単な例として、等方性媒質の旋光性について考えてみよう。等方性媒質としては旋光性分子が液状になっている、あるいは液体溶媒にとけているなどの例が考えられる。等方性媒質なので、(9.4) 式の  $\tilde{\mathbf{G}}$  と誘電率  $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$  はスカラー量で置き換えられる。媒質の屈折率を  $n_0$  とすると、 $\boldsymbol{\varepsilon} = \epsilon_0 n_0^2$  であるから、

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 n_0^2 \mathbf{E} + i\epsilon_0 \mathbf{G} \mathbf{s} \times \mathbf{E} \quad (9.5)$$

いつでも  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{s} = 0$  が成り立つので、上式から  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{s} = 0$  が得られる。すなわち、光学活性な分子を含む溶液やガス中では電場  $\mathbf{E}$  も電束密度  $\mathbf{D}$  も横波として伝搬する。

5章2節の (5.27) 式より、 $\mathbf{s}$  方向に伝搬する光波の屈折率を  $n$  と置くと、 $\mathbf{n} = n\mathbf{s}$  なので、

$$\mathbf{D} = -\epsilon_0 \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) = -\epsilon_0 n^2 \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{E}) \quad (9.6)$$

(9.5)、(9.6) 式から、

$$n_0^2 \mathbf{E} + iG \mathbf{s} \times \mathbf{E} + n^2 \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{E}) = 0 \quad (9.7)$$

等方媒質なので光波の伝搬方向は任意にとれるので、その方向を  $z$  方向にとり、 $\mathbf{s} = (0,0,1)$  と置くと、(9.7) 式は

$$\begin{pmatrix} n_0^2 - n^2 & -iG & 0 \\ iG & n_0^2 - n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_0^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (9.8)$$

となる。これより、 $E_z = 0$  となるから、 $z$  方向に進む波の電場は  $E_x, E_y$  成分だけとなり、先に指摘したように横波である。屈折率は、(9.8) 式の係数の行列式がゼロになる条件から、

$$(n^2 - n_0^2)^2 - G^2 = 0 \quad \therefore n_{\pm} = \sqrt{n_0^2 \pm G} \approx n_0 \pm \frac{G}{2n_0} \quad (9.9)$$

ただし、 $G \ll n_0$  を使った。

$n = n_+$  のとき、(9.8)式は

$$\begin{pmatrix} -G & -iG \\ iG & -G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = 0 \quad (9.10)$$

これより、 $E_y = iE_x$  となるから、ジョーンズ・ベクトル表示では  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$  となり、右回り円

偏光である。伝播する光波は、 $k_+ = \frac{2\pi}{\lambda} n_+$  と置いて

$$\mathbf{E}_+ = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i(\omega t - k_+ z)} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y) e^{i(\omega t - k_+ z)} \quad (9.11)$$

となる。ただし、 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$  はそれぞれ  $x$  方向、 $y$  方向を向いた単位ベクトルである。

$n = n_-$  のときも、 $k_- = \frac{2\pi}{\lambda} n_-$  と置き、同様な計算により

$$\mathbf{E}_- = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{i(\omega t - k_- z)} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y) e^{i(\omega t - k_- z)} \quad (9.12)$$

となり、左回り円偏光である。すなわち、 $n_+$  の屈折率を持つ波は右回り円偏光として伝搬し、 $n_-$  の屈折率を持つ波は左回り円偏光として伝搬する。光学活性の媒質中では光波は左回りと右回りの円偏光となって伝播し、その伝搬速度が左、右円偏光で違っているのである。

厚さ  $l$  の媒体に垂直に直線偏光が入射したとする。直線偏光は  $OA$  方向とする (図 9.6)。

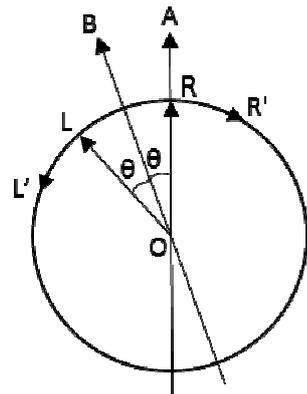


図9.6 偏光方向の回転

入射光は左右回りの振幅の等しい円偏光となってこの媒体中を伝播する。その際  $n_-$  の屈折率を持つ左回り円偏光が、 $n_+$  の屈折率で伝播する右回りの円偏光よりも速い伝播速度で伝播する ( $G > 0$  の左旋光性分子の場合。右旋光性分子の場合は  $G < 0$  で偏光回転は右回りになる)。左回り円偏光が裏面に到達し、その電場ベクトルが  $OA$  方向になったときを時間の基準とすると、少し遅れて同じ振幅を持つ右回り円偏光が裏面に達する。その時の電場ベクトルは  $OR$  で、 $OA$  方向である。右回り円偏光が裏面に達したとき、左回り円偏光の裏面での電場ベクトルの向きは  $OA$  から  $2\theta$  だけ進んで  $OL$  まで回転しているとする。左右円偏光の到達時間差  $\Delta t$  は、(9.9) 式から

$$\Delta t = \frac{ln_+}{c} - \frac{ln_-}{c} = \frac{l}{c}(n_+ - n_-) = \frac{lG}{cn_0} \quad (9.13)$$

この時間に、左回り円偏光の電場ベクトルは角速度  $\omega$  で回転するから

$$2\theta = \omega\Delta t = \frac{2\pi Gl}{n_0\lambda} \quad (9.14)$$

波長  $\lambda$  は真空中での値である。2つの円偏光の合成電場ベクトルは図 9.6 により、 $OA$  から  $\theta$  回転した  $OB$  である。これよりさらに時間が経過すると、右回り円偏光の電場ベクトルの先端は  $R \rightarrow R'$ 、左回り円偏光では  $L \rightarrow L'$  に変わるが、両偏光とも同じ角速度  $\omega$  で回転するので、弧  $RR'$  と  $LL'$  は等しいから、その合成電場ベクトルはやはり  $OB$  方向を向いている。この結果、出射光は直線偏光で偏光方向は入射光から  $\theta$  回転していることになる。偏光方向の回転角は

$$\theta = \frac{\pi Gl}{n_0\lambda} \quad (9.15)$$

となり、試料の厚さに比例する。

媒体中での電場の状況を数値的に求めるには、(9.11), (9.12)式を用いて、以下のようにする。もし、 $x$  軸方向に直線偏光した光が  $z = 0$  でこの媒体に入射し、 $z = l$  で媒体から出るとする。 $z = 0$  で直線偏光である光はそれぞれ左右回りの2つの円偏光に分解でき、媒体中では、それぞれの波は異なる屈折率で伝播する。媒体中での電場は、(9.11), (9.12) 式の合成であるから

$$\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_x e^{i(\omega t - kz)} \Rightarrow \frac{E_0}{2} (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y) e^{i(\omega t - k_+ z)} + \frac{E_0}{2} (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y) e^{i(\omega t - k_- z)} \quad (9.16)$$

となって伝播する。磁気光学効果で行ったと同じように、 $k_{\pm}$  をそれぞれ以下のように書き換え、

$$k_{\pm} = \frac{1}{2}(k_+ + k_-) \pm \frac{1}{2}(k_+ - k_-)$$

(9.16)式に代入すると、

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i\omega t - \frac{i}{2}(k_+ + k_-)z} \left( \mathbf{e}_x \cos \frac{(k_+ - k_-)z}{2} + \mathbf{e}_y \sin \frac{(k_+ - k_-)z}{2} \right) \quad (9.17)$$

これが媒体中の電場を表す式である。媒質の他端 ( $z=l$ ) では、偏光の向きが光を受ける観測者から見て (+ $z$  の位置から原点方向を見て)、 $x$  軸から  $y$  軸方向、すなわち、左回りに

$$\theta = \frac{(k_+ - k_-)l}{2} \text{ 回転した直線偏光として出射することがわかる。すなわち、偏光の向きが}$$

$$\theta = \frac{\pi(n_+ - n_-)l}{\lambda} = \frac{\pi G}{n_0 \lambda} l \quad (9.18)$$

回転する。この結果は当然ながら (9.15) 式と同じである。単位長さあたりの回転角を比旋光度 (specific rotatory power) といい、それを  $\rho$  で表すと、

$$\rho = \frac{\pi G}{n_0 \lambda} \quad (9.19)$$

となる。

溶液では比旋光度として次の測定値を用いる。

$$\rho(T, \lambda) = \frac{\alpha}{l} \frac{100}{P} \quad (9.20)$$

ここで  $\alpha$  は測定値 (単位  $^\circ$ )、 $l$  は試料の厚さ (cm)、 $P$  は 100 cc 中の旋光性物質のグラム数である。旋光度は温度にも、また上に述べたように測定につかわれる光の波長にも依存するから比旋光度  $\rho(T, \lambda)$  は温度と波長を指定しなければならない。

左回り旋光性分子を考えてきたが、右回り旋光性分子では  $G$  の符号が逆になるから偏光の回転も逆になる。現象は加算性があるから、左右旋光性分子が混在しているような液体では、偏光回転角は濃度差に比例する。左回り旋光性分子と右回り旋光性分子の濃度が等しい場合は互いに打ち消しあって、旋光性は現れない。

磁場によって偏光方向が回転するファラデー効果と異なり、光学活性な媒質における偏光の回転角の大きさとその方向は光の伝播方向によらない。このことから、もし、直線偏光が媒体を往復すると行きと帰りで偏光方向の回転が相殺され、偏光方向は変わらない。図 9.1 のように偏光方向が回転するとき、他端に鏡を置いて光を反転させると、光の偏光方向はやはり同じく右回り回転をするので、出射光は元の偏光に戻るのである。一方、磁場によるファラデー効果の場合には偏光の回転は加算され、2 倍の偏光方向の回転が起こる。この点が光学活性とファラデー効果の違いである。

### 9.3 旋光性の波長依存性

旋光性の波長依存性を調べるために、図 9.4 のモデル分子の移動電子に電気双極子近似を適用してみよう。電子は固有振動数  $\omega_0$  で分子に束縛されているとする。この電子に対する運動方程式は電子の質量を  $m$  と置いて

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -m\omega_0^2 \mathbf{r} - e(\mathbf{E} + i\mathbf{g}\mathbf{k} \times \mathbf{E}) \quad (9.21)$$

と書けるだろう。右辺の第 3 項は分子が螺旋構造を持つために、磁場の時間変化に伴う誘

導起電力によって生じる電子を動かそうとする力で、(9.1)式の第2項に対応するもので、その表示に(9.3)式を使った。βに比例する定数パラメーターをgとした。

電子も電場の振動 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$ に従って振動するとすると、 $\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\omega^2 \mathbf{r}$ と置けるので、

$$m(\omega_0^2 - \omega^2) \mathbf{r} = -e(\mathbf{E} + ig\mathbf{k} \times \mathbf{E})$$

波動ベクトル $\mathbf{k} = \frac{2\pi n_0}{\lambda} \mathbf{s}$ を代入すると、電子の平衡点からのずれの位置 $\mathbf{r}$ は、

$$\mathbf{r} = \frac{-e}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \mathbf{E} + i \frac{-e}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \frac{2\pi n_0 g}{\lambda} (\mathbf{s} \times \mathbf{E}) \quad (9.22)$$

このような電子が単位体積にN個あるとすれば、分極は $\mathbf{P} = -eN\mathbf{r}$ となるので、

$$\mathbf{P} = \frac{e^2 N}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \mathbf{E} + i \frac{e^2 N}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \frac{2\pi n_0 g}{\lambda} (\mathbf{s} \times \mathbf{E}) \quad (9.23)$$

右辺第1項は巨視的な分極で、その効果は誘電率 $\epsilon$ に繰り込まれている。第2項が旋光性を生じさせる項で、それは(9.5)式の第2項であるから、

$$\epsilon_0 G = \frac{e^2 N}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \frac{2\pi n_0 g}{\lambda} \quad (9.24)$$

比旋光度は(9.19)式より

$$\rho = \frac{2\pi^2 e^2 N g}{\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2) \lambda^2} = \frac{e^2 N \lambda_0^2 g}{2\epsilon_0 m c^2 (\lambda^2 - \lambda_0^2)} \quad (9.25)$$

右辺最後の式は $2\pi c = \omega \lambda$ の関係を用いて、振動数を波長で書き換えた。 $\lambda_0$ は電子準位間の遷移エネルギーに対応する波長で、透明物質では吸収端は紫外線領域にある。可視光の波長域では $\lambda \gg \lambda_0$ とおいてよいので、 $\rho \propto \lambda^{-2}$ と近似できる。

表9.1は光学軸に沿って進む光波に対する水晶の旋光度の測定値である。固体の場合は、旋光度は単位長さを1mmにとったときの偏光方向の回転で表します。表によると旋光度は大きな波長依存性を示すことがわかります。

水晶の比旋光度の波長依存性に電気双極子モデルで得られた結果(9.25)式を適用してみよう。(9.25)式は

$$\rho = \frac{A}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)} \quad (9.26)$$

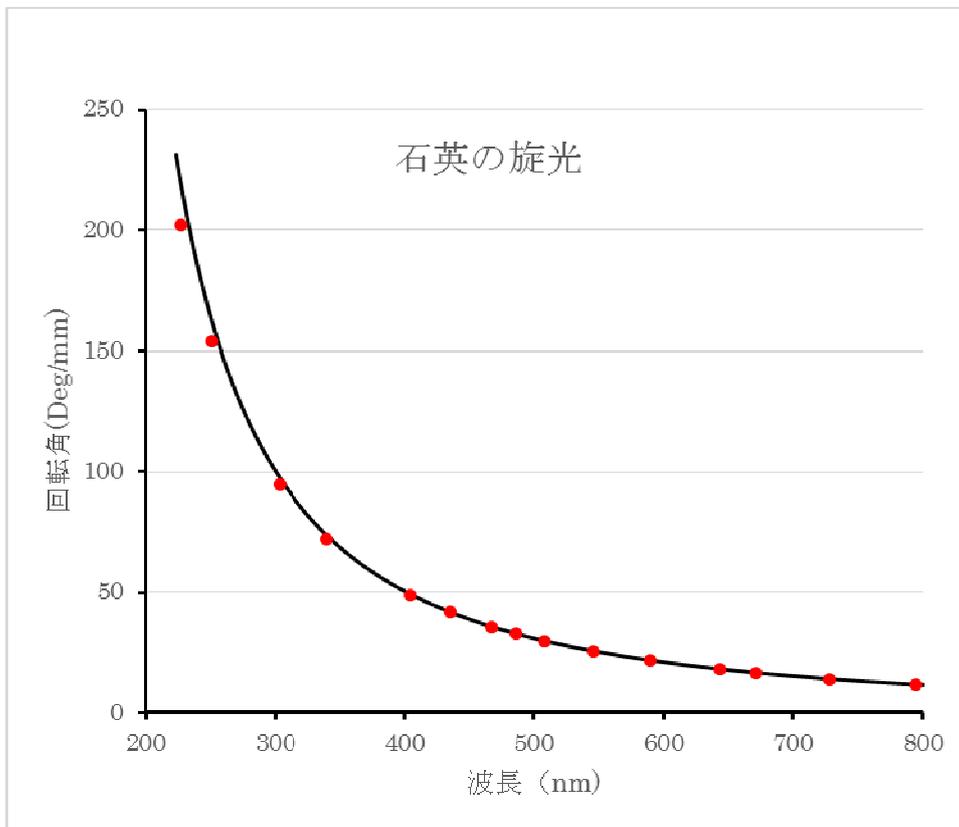
と置けるから、Aと $\lambda_0$ をパラメーターとして、その値が実験値を再現するように選ぶと図9.7(実線、測定値は●で示されている)が得られる。図で用いたパラメータは

$$A = 713 \times 10^4 \text{ nm}^2 \cdot \text{Deg/mm}, \quad \lambda_0 = 1.375 \times 10^2 \text{ nm}$$

である。簡単な電気双極子モデルで旋光性がよく再現されていることがわかる。

表 9.1 水晶の旋光度の波長依存性<sup>1)</sup>

波長(nm)	Deg/mm	波長(nm)	Deg/mm	波長(nm)	Deg/mm
226.503	201.9	435.834	41.548	589.290	21.724
250.329	153.9	467.815	35.601	643.847	18.023
303.412	95.02	4486.133	32.761	670.786	16.535
340.365	72.45	508.582	29.728	728.135	13.924
404.656	48.945	546.072	25.535	794.763	11.589



#### 9.4 結晶の旋光性

光学活性な異方性結晶(1軸性結晶又は2軸性結晶)中を任意の方向に伝搬する光は、基本的には固有な直線偏光をもつ複屈折光として伝搬する。違いは、光学活性な結晶中では、この固有直線偏光が楕円偏光になっていることである。その楕円偏光の長径方向は、元になっている固有直線偏光の方向と一致している。楕円偏光の楕円率(長径と短径の比)は結晶中の光の伝播方向とGの値によって決まる。以下でこれを詳しく述べる。

等方性媒質中ではGの値は波の伝搬方向には無関係で、一定であった。しかし、結晶中

では  $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$  の方向、言い換えれば、光の伝播方向  $\mathbf{s}$  の方向によって  $\mathbf{G}$  の値は異なる。それ故  $\mathbf{G}$

は 2 階のテンソルで表されることになり、(9.4) 式が基本式となる。テンソル  $\tilde{\mathbf{G}}$  の各要素間の関係は結晶の対称性によって決まり、結晶の点群中、15 種の点群が光学活性の可能性を持つことが知られている。<sup>2)</sup>

結晶中の光波の振舞は、前述したように、媒質の性質を反映する電束密度  $\mathbf{D}$  と電場  $\mathbf{E}$  との関係式 (9.4) 式と電磁方程式 (マックスウエル方程式) を表す (9.6 式)

$$\mathbf{D} = \tilde{\epsilon} \mathbf{E} + i \epsilon_0 \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s} \times \mathbf{E} \quad (9.4)$$

$$\mathbf{D} = -\epsilon_0 n^2 \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{E}) \quad (9.6)$$

から決まる。結晶光学の章で取り扱った (5.16) 式、あるいはそれを変形した (5.20) 式に旋光性を起こす  $i \epsilon_0 \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s} \times \mathbf{E}$  が新たに加わったのが (9.4) 式である。なお、後述するように  $\epsilon / \epsilon_0$  や屈折率  $n$  に比べて  $\mathbf{G}$  の値は 2 ケタ以上も小さいことが知られています。

旋光性を起こす項の  $\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s}$  を  $\mathbf{s}$  に平行な成分と垂直な成分 ( $\mathbf{s}_\perp$ ) に分解すると (図 9.8)、

$$\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s} = G_\parallel \mathbf{s} + G_\perp \mathbf{s}_\perp \quad (9.27)$$

光の伝播方向  $\mathbf{s}$  が与えられると、 $G_\parallel$  は (9.27) 式の両辺と  $\mathbf{s}$  とのスカラー積をとることによって、

$$G_\parallel = \mathbf{s} \cdot \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s} = \sum_{i,j} G_{ij} s_i s_j \quad (9.28)$$

で与えられる。なお、ここでは座標軸を、 $\mathbf{G}$  を無視したときの光学主軸にとり、それを  $x$ 、 $y$ 、 $z$  軸とします。

この座標軸に対して  $\tilde{\mathbf{G}}$  の各成分を  $G_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) 書

くことにします。

旋光性に寄与する  $\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s} \times \mathbf{E}$  のうち  $G_\perp \mathbf{s}_\perp \times \mathbf{E}$  の項は、光の伝播方向  $\mathbf{s}$  とその電場  $\mathbf{E}$  はほぼ垂直であるから、 $\mathbf{E}$  に垂直でほぼ  $\mathbf{s}$  の方向を向いている。与えられた伝播方向  $\mathbf{s}$  に対する固有電束密度ベクトル  $\mathbf{D}$  は  $\mathbf{s}$  に垂直であるから、ほぼ  $\mathbf{s}$  方向を向く  $G_\perp \mathbf{s}_\perp \times \mathbf{E}$  の項は、固有電束密度を求めるには無視してよいであろう。このようにして、 $\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s}$  は (9.28) 式で与えられるスカラー量  $G_\parallel$  を使って  $G_\parallel \mathbf{s}$  で置き換えてよいことになる。 $G_\parallel$  は光の伝播方向 ( $\mathbf{s}$ ) が与えられれば決まる量である ((9.28) 式)。

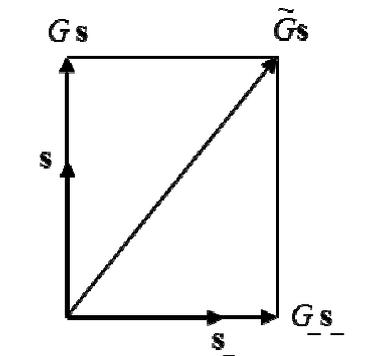


図9.8 旋回ベクトル  $\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{s}$  の分解

結晶中の光波の振舞は(9.4)式と(9.6)式から得られます。(9.4)、(9.6)式を見やすくするために次のような表示を導入する。光の伝播方向を向く単位ベクトル $\mathbf{s}$ の各座標軸に対する方向余弦をそれぞれ $\alpha, \beta, \gamma$ とおくと、

$$\mathbf{s} \times \mathbf{E} = \begin{pmatrix} -\gamma E_y + \beta E_z \\ \gamma E_x - \alpha E_z \\ -\beta E_x + \alpha E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \equiv \tilde{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{E} \quad (9.29)$$

$$\text{ただし、} \tilde{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{s} = (\alpha, \beta, \gamma) \quad (9.30)$$

と書けるので、 $\mathbf{s} \times$ の操作はベクトルに行列 $\tilde{\mathbf{S}}$ をかけることに置き換えることができる。すなわち、任意のベクトル $\mathbf{A}$ に対して、 $\mathbf{s} \times \mathbf{A}$ のベクトル積は行列 $\tilde{\mathbf{S}}$ をつかえば、 $\mathbf{s} \times \mathbf{A} = \tilde{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{A}$ と行列とベクトルの積で表される。この表示を使えば、

$$\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times) = \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} -(\beta^2 + \gamma^2) & \alpha\beta & \alpha\gamma \\ \alpha\beta & -(\gamma^2 + \alpha^2) & \beta\gamma \\ \alpha\gamma & \beta\gamma & -(\alpha^2 + \beta^2) \end{pmatrix} \quad (9.31)$$

(9.4)式の電束密度 $\mathbf{D}$ は座標軸を光学主軸に平行にとると、 $\epsilon_{xx} = \epsilon_0 n_{0x}^2, \dots, \epsilon_{ij} = 0 (i \neq j)$ となるから、(9.29)式により

$$\mathbf{D} = \tilde{\epsilon} \mathbf{E} + i\epsilon_0 G_{\parallel} \mathbf{s} \times \mathbf{E} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} n_{0x}^2 & -iG_{\parallel} \gamma & iG_{\parallel} \beta \\ iG_{\parallel} \gamma & n_{0y}^2 & -iG_{\parallel} \alpha \\ -iG_{\parallel} \beta & iG_{\parallel} \alpha & n_{0z}^2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{E} \equiv \epsilon_0 \tilde{\epsilon}' \mathbf{E} \quad (9.32)$$

$\tilde{\epsilon}'$ は螺旋構造の効果も含めた比誘電率である。この誘電率で表される媒体中を伝搬する電磁波は、(9.6)式の $\mathbf{D}$ と等しいとおいて、

$$\tilde{\epsilon}' \mathbf{E} + n^2 \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{E}) = 0 \quad (9.33)$$

光波の伝搬方向 $\mathbf{s}$ が与えられると、その光波の屈折率 $n$ と固有電場 $\mathbf{E}$ は(9.33)式を解いて求まる。(9.33)式に(9.32)、(9.31)式を代入して整理すると、

$$\begin{pmatrix} n_{0x}^2 - n^2(\beta^2 + \gamma^2) & n^2 \alpha\beta - iG_{\parallel} \gamma & n^2 \alpha\gamma + iG_{\parallel} \beta \\ n^2 \alpha\beta + iG_{\parallel} \gamma & n_{0y}^2 - n^2(\gamma^2 + \alpha^2) & n^2 \beta\gamma - iG_{\parallel} \alpha \\ n^2 \alpha\gamma - iG_{\parallel} \beta & n^2 \beta\gamma + iG_{\parallel} \alpha & n_{0z}^2 - n^2(\alpha^2 + \beta^2) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (9.34)$$

有意な $\mathbf{E}$ の解があるためには、(9.34)式で $\mathbf{E}$ の係数の行列式が0でなければならないという条件により、光が伝わる方向 $\mathbf{s}$ を与えれば、屈折率 $n$ が求まる。結晶光学の項で述べたよ

うに(9.34)式の行列式は $n$ の6次式のように見えるが、式を展開してみれば分かるように $n$ の6次の項は消えて、 $n^2$ の2次式となり、一般には与えられた $\mathbf{s}$ に対して2つの屈折率が得られる。

$G=0$ の場合は、(9.34)式は(5.21)式となり、その係数の行列式の展開式であるフレネル方程式((5.23)式)として既に求めてある。すなわち、行列式の展開式は

$$\begin{aligned} & (\alpha^2 n_{0x}^2 + \beta^2 n_{0y}^2 + \gamma^2 n_{0z}^2) n^4 - [\alpha^2 n_{0x}^2 (n_{0y}^2 + n_{0z}^2) + \beta^2 n_{0y}^2 (n_{0z}^2 + n_{0x}^2) + \gamma^2 n_{0z}^2 (n_{0x}^2 + n_{0y}^2)] n^2 \\ & + n_{0x}^2 n_{0y}^2 n_{0z}^2 = (\alpha^2 n_{0x}^2 + \beta^2 n_{0y}^2 + \gamma^2 n_{0z}^2) (n^2 - n_1^2) (n^2 - n_2^2) \end{aligned} \quad (9.35)$$

ただし、 $n_1, n_2$ は螺旋構造を無視した $G=0$ の場合の、 $\mathbf{s}$ 方向に伝搬する光の屈折率である。それは(9.35)式の左辺を0と置いて得られる。それ故、(9.35)式の左辺の展開式は $n_1, n_2$ が解となるような式の展開式になっているはずであるから、(9.35)式の右辺のように置けるのである。光の伝播方向 $\mathbf{s}$ が与えられれば、それに対応した2つの固有偏光があり、それぞれ $n_1, n_2$ の屈折率で伝搬する。(9.34)式で $\mathbf{E}$ の係数の行列式の展開は(9.35)式に $G$ を含む項を加えればよい。(9.34)式の行列はエルミート行列( $a_{ij} = a_{ji}^*$ )であるから、行列式は実

数で、 $G$ と $G^3$ の項は消え、 $G^2$ の項だけが残る。これを計算すると

$$-(\alpha^2 n_{0x}^2 + \beta^2 n_{0y}^2 + \gamma^2 n_{0z}^2) G_{//}^2 \quad (9.36)$$

と得られるから、これに(9.35)式を加えて、それを0と置くと、

$$(n^2 - n_1^2)(n^2 - n_2^2) - G_{//}^2 = 0 \quad (9.37)$$

これが螺旋効果を入れたときの屈折率を得る式である。この解を(9.34)式に代入して解くと、この屈折率を持って伝播する固有電気ベクトル $\mathbf{E}$ が定まる。

光学異方性結晶中では横波を形成するのは $\mathbf{E}$ ではなく、電束密度 $\mathbf{D}$ なので( $\text{div} \mathbf{D} = -i\mathbf{k} \cdot \mathbf{D} = 0$ より、 $\mathbf{k}$ すなわち $\mathbf{s}$ と $\mathbf{D}$ は直交する)、 $\mathbf{E}$ よりも $\mathbf{D}$ で表した方が便利である。そのために、 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}'$ の逆行列を $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ とおくと、(9.32)式により、

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\boldsymbol{\epsilon}_0} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}'^{-1} \mathbf{D} = \frac{1}{\boldsymbol{\epsilon}_0} \tilde{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{D} \quad \text{ただし、} \tilde{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}'^{-1} \quad (9.38)$$

これを(9.33)式に代入すると、

$$\mathbf{D} + n^2 \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \tilde{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{D}) = 0 \quad (9.39)$$

$G=0$ のときの固有値 $n_1, n_2$ に対応する固有電束密度を $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ とすると、 $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ は互いに直交し、かつ、 $\mathbf{s}$ とも直交しているから $(\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \mathbf{s})$ は直交座標系をつくる。この座標系を改めて、 $\mathbf{D}_1 = \mathbf{x}$ 、 $\mathbf{D}_2 = \mathbf{y}$ 、 $\mathbf{s} = \mathbf{z}$ とると、 $G=0$ のときには

$$\mathbf{D} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}\mathbf{E}, \quad \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} n_1^2 & 0 \\ 0 & n_2^2 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{-1} = \frac{1}{\varepsilon_0} \begin{pmatrix} \frac{1}{n_1^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_2^2} \end{pmatrix} \quad (9.40)$$

である。(9.39)式から、 $\mathbf{G} \neq 0$  の場合には、 $\mathbf{s} = \mathbf{e}_z$  だから  $\mathbf{s} = (0,0,1)$  とおいて、

$$\frac{1}{n^2}\mathbf{D} = -\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \tilde{\boldsymbol{\eta}}\mathbf{D}) = -\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{\eta}}\mathbf{D} = \tilde{\boldsymbol{\eta}}\mathbf{D} \quad (9.41)$$

となる。この式を解いて固有電磁波を求めるためには、 $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$  を求めなければならない。 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$  の各要素に比べて  $\mathbf{G}$  が充分小さいことから

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \varepsilon_0 \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{-1} - i\varepsilon_0^2 G_{//} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{-1} \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{-1} \quad (9.42)$$

と展開できる<sup>章末注1)</sup>。この結果に(9.40)式の誘電率とその逆行列を代入すると、

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{n_1^2} & \frac{iG_{//}}{n_1^2 n_2^2} \\ -\frac{iG_{//}}{n_1^2 n_2^2} & \frac{1}{n_2^2} \end{pmatrix} \quad (9.43)$$

が得られる。これを(9.41)式に代入して、 $\mathbf{D}$  にかかる行列の行列式を0と置けば、屈折率が求まる。その結果は次式で与えられる。

$$\left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \left( \frac{G_{//}}{n_1^2 n_2^2} \right)^2 \quad (9.44)$$

これが固有電場  $\mathbf{E}$  に対する屈折率 (9.37) 式に対応する、電束密度  $\mathbf{D}$  に対する屈折率を求める方程式である。結果は(9.37)式と同じになるべきであるが、わずかに異なる。この違いは  $G$  が  $n$  に比べて小さいとして、 $G$  について展開して  $G^4$  以下を省略したためである。(9.44)式の両辺に  $n^4 n_1^2 n_2^2$  をかけて、 $n^4 \approx n_1^2 n_2^2$  と置けば、(9.37)式が得られ、この近似の範囲では(9.44)式と(9.37)式は同等であることがわかる。

(9.44)式から  $1/n^2$  を求めると、

$$\frac{1}{n_{\pm}^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} \right) \pm \left\{ \frac{1}{4} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)^2 + \left( \frac{G_{//}}{n_1^2 n_2^2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (9.45)$$

この解を、(9.41)式に代入して固有モードを求めると、 $n_{\pm}$  に対応して

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix}_+ = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(n_2^2 - n_1^2) + \sqrt{\frac{1}{4}(n_2^2 - n_1^2)^2 + G_{//}^2} \\ -iG_{//} \end{pmatrix} \quad (9.46)$$

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix}_- = \begin{pmatrix} G_{//} \\ i \left( \frac{1}{2}(n_2^2 - n_1^2) + \sqrt{\frac{1}{4}(n_2^2 - n_1^2)^2 + G_{//}^2} \right) \end{pmatrix}$$

(9.47)

となる。 $D_x$ 成分が実数で、 $D_y$ 成分が純虚数であるから、(9.46)、(9.47)式はそれぞれ楕円偏光を表す。 $n_2 > n_1$ 、 $G_{//} > 0$ の場合、 $n_+$ の波は $D_x$ 成分がプラスで、 $D_y$ 成分に比べて、大きな値なので、X方向に長軸を持つ左回りの楕円偏光となっていることがわかる(図9.9)。 $n_-$ の波は、 $n_+$ の波とは逆で、 $D_x$ 成分が小さい値となっているので、Y方向に長軸を持つ楕円となっていることが

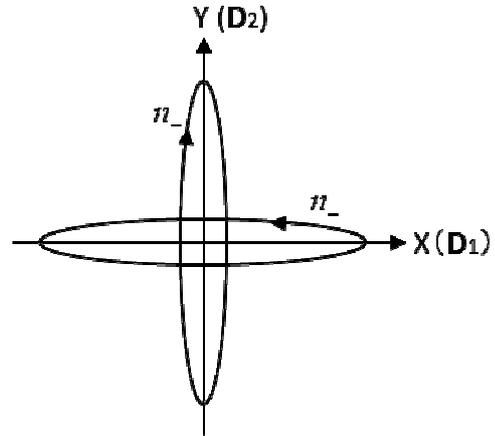


図9.9 結晶における旋光性

わかる。また、 $D_y$ 成分がプラスの純虚数になっているから右回りの楕円偏光である。結局、 $n_+$ に対する光は左回りの楕円偏光、 $n_-$ に対する光は右回りの楕円偏光で、それぞれの長軸方向は、 $G = 0$ の場合の $D_1$ 、 $D_2$ 方向と一致する。(9.46)、(9.47)式から

$$\mathbf{D}_+ \cdot \mathbf{D}_-^* = 0 \quad (9.48)$$

が成り立っているから、 $n_{\pm}$ に対応する固有楕円偏光は互いに直交関係にある。 $G = 0$ の旋光がないとした場合固有偏光はx軸(屈折率 $n_1$ )、y軸(屈折率 $n_2$ )に偏光方向を持つ、互いに直交する直線偏光であった。旋光性が加わると( $G \neq 0$ )、その直線偏光が互いに反対方向に回転する少し膨らんだ、同じ形の楕円偏光になるのである。楕円の長径と短径との比(楕円率) $\zeta$ は、(9.46)(9.47)式から $n_+$ 、 $n_-$ に対応する光波は同じになり、

$$\zeta_{\pm} = \frac{|G_{//}|}{\frac{1}{2}(n_2^2 - n_1^2) + \sqrt{\frac{1}{4}(n_2^2 - n_1^2)^2 + G_{//}^2}} \quad (9.49)$$

となる。上で述べたように楕円の形は同じで、互いに直交している。これを図示すると図9.9のようになる。

### 9.5 水晶の旋光性

水晶は常光線の屈折率が $n_o = 1.54425$ 、異常光線の屈折率が $n_e = 1.55336$ ( $\lambda = 589.3\text{nm}$ )<sup>4)</sup>の正の一軸性結晶であるが、すでに述べたように、結晶を構成する原子の配列に左回り螺旋配列と、右回り螺旋配列があり、それぞれが旋光性を示すことが知られている。直線偏光の光が結晶を透過したとき、その偏光方向が反時計回り(左回り)に回転

する水晶を左水晶、時計回り(右回り)に回転する水晶を右水晶という。

光学軸を  $z$  軸にとる表示では  $\tilde{G}$  の値は波長  $\lambda = 521\text{nm}$  で、左水晶の場合、

$$\tilde{G} = \begin{pmatrix} G_{11} & 0 & 0 \\ 0 & G_{11} & 0 \\ 0 & 0 & G_{33} \end{pmatrix} \quad \text{但し、} G_{11} = -5.82 \times 10^{-5}, \quad G_{33} = 12.96 \times 10^{-5} \quad (9.50)$$

となっている<sup>2,3)</sup>。右水晶では  $G_{11}, G_{33}$  の絶対値は同じだが、符号が逆になる。

$n_e - n_o \approx 0.01$  だから、 $G$  の値は屈折率の差に対しても  $10^{-2}$  程の値である。

水晶は正の一軸性結晶であるから、図 9.10 に点線で示したように波動ベクトル面は球体(常光線に対応し、屈折率は  $n_1 = n_o$ )と回転楕円体(異常光線に対応し、屈折率  $n_2$  は伝搬ベクトルの方向による)であり、光学軸上で  $n_1 = n_2$  である。しかし、旋光性の無い、一軸性光学結晶の方解石などとは異なり、旋光性の  $G$  の効果が入ると(9.45)式に従って波動ベクトル面は図 9.10 の実線のように  $n_+, n_-$  になり、光学軸上でも屈折率は違った値になる。図は左水晶のもので、右水晶は分裂が逆になる。なお、図は誇張して描いてある。

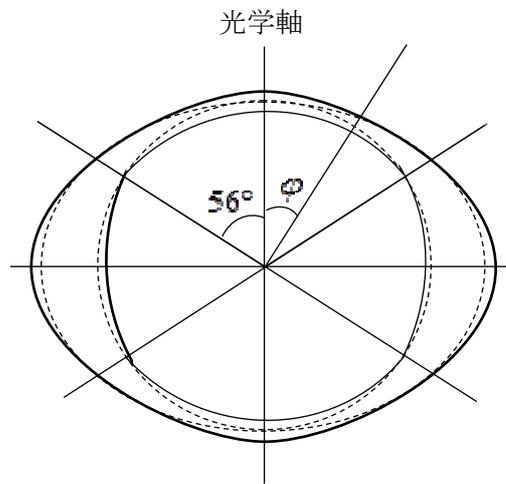


図 9.10 水晶の波動ベクトル面。点線(旋光性を無視した場合は球(常光線)と回転楕円(異常光線)である。

### 9.5.1 光学軸に平行に伝搬する光

一軸性結晶では光学軸に平行に進行する光波の屈折率は  $n_1 = n_2 = n_o$  (常光線の屈折率)であるから、(9.45)式により、

$$\frac{1}{n_{\pm}^2} = \frac{1}{n_o^2} \pm \frac{|G_{//}|}{n_o^4} \quad (9.51)$$

となる。一方、光学軸にそって進行する光波では、光学軸を  $z$  軸にとったので  $\mathbf{s} = (0,0,1)$  であるから、(9.28)、(9.50)式により

$$G_{//} = G_{33} \quad (9.52)$$

となる。これに対応する固有電束密度  $\mathbf{D}$  は、 $G_{//} > 0$  の左水晶の場合、(9.46)、(9.47)式より

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix}_+ = \begin{pmatrix} G_{//} \\ -iG_{//} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \text{左回り円偏光} \quad (9.53)$$

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{//} \\ iG_{//} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad \text{右回り円偏光} \quad (9.54)$$

となる。両式の右辺はジョーンズ・ベクトル表示で書いた。

直線偏光が光学軸に沿って入射すると、水晶中では振幅の等しい左右回りの二つの円偏光となって伝播する。(9.51)式により、 $n_+ < n_-$ であるから、水晶中では入射した2つの円偏光のうち、 $n_+$ に対応する左回り円偏光の光波が結晶裏面に最初に到着し、少し遅れて $n_-$ に対応する右回り円偏光の光波が到着する。これは図9.6で示した現象である。これにより、裏面から出射する光波は直線偏光で、その偏光方向は、 $n_+$ に対応する左回りの方向に

$$\theta = \frac{\pi G_{33} l}{n_o \lambda} \quad (9.55)$$

だけ回転する((9.15)式)。このようにして左水晶では、光学軸に平行に進行する光波はその直線偏光方向が $\theta$ だけ回転した直線偏光として出射する。右水晶でも同じ旋光現象が起こるが、右水晶では $G_{//}$ の符号がマイナスであるから、直線偏光の回転は一方向、すなわち、右回り旋光性を示すことになる。

### 9.5.2 光学軸に斜めに伝搬する光

旋光性のない一軸性結晶では光が光学軸にそって伝搬するときは常光線として振る舞うが、光学軸からずれると複屈折を起こす。一方、石英は一軸性結晶であるが、旋光性があり、光学軸に沿って光が伝搬するとき、 $n_1 = n_2$ となって旋光性の効果が強調され、光は左回り円偏光と右回り円偏光となって伝搬する。光の伝播方向が光学軸からずれると、 $n_1 \neq n_2$ となり、 $n_1, n_2 \gg G$ のために、急速に旋光性の効果が薄れ、左回り円偏光はすぐに左回り楕円偏光に変わり、右回り円偏光は右回り楕円偏光に移っていく。すなわち、光学軸からずれた光波は楕円偏光となって水晶中を伝播する。光学軸からずれる角度が大きくなると楕円率は小さくなり、楕円はつぶれて直線偏光に近づくであろう。以下では9.4節で得られた結果を使って、これを数値的に当ってみる。

光学軸から $\varphi$ だけずれた方向に伝搬する光は、一軸性結晶ではz軸を光学軸にとると、x、y軸は任意にとれるから、 $\mathbf{s}$ がyz面にあるように座標軸をとると、 $\mathbf{s} = (0, \sin \varphi, \cos \varphi)$ と置いてよい。このようにx、y軸を選ぶと(9.35)式から、

$$n_1^2 = n_0^2, \quad n_2^2 = \frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2 \varphi + n_e^2 \cos^2 \varphi} \quad \text{但し、}$$

$$\mathbf{s} = (0, \sin \varphi, \cos \varphi) \quad (9.56)$$

が得られる。水晶では $n_e > n_o$ であるから、 $n_2 > n_1$ である。

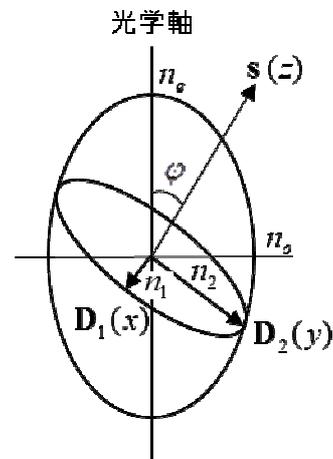


図9.11 水晶の誘電率楕円体

(9.34)式から  $n_1 = n_o$  (常光線)に対応する光の固有電束密度  $\mathbf{D}_1$  は  $x$  軸方向、すなわち、光学軸と光の伝播方向  $\mathbf{s}$  で決まる平面に垂直な方向を向いている。 $n_2$  (異常光線)に対応する電束密度  $\mathbf{D}_2$  は  $\mathbf{s}$  と  $\mathbf{D}_1$  に直交するので  $yz$  面内にある。このことは誘電率楕円体(54P、図 5.6 参照)からも作図によって確かめられる(図 9.11)。図に示したように水晶の誘電率楕円体は、屈折率で表すと、

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (9.57)$$

$z$  軸が回転楕円体の回転軸である。光の伝播方向  $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n} = \frac{2\pi n}{\lambda} \mathbf{s}$  は光学軸から  $\varphi$  だけ傾いた方向である。図 9.11 から、このベクトル  $\mathbf{s}$  に垂直で、かつ原点を通る平面と誘電率楕円体との交点は楕円になり、その短軸は光学軸とベクトル  $\mathbf{s}$  が作る面に垂直で、短径の長さは  $2n_o = 2n_1$  である。一方、長軸は光学軸と  $\mathbf{s}$  で作る面上にある。長径の長さは  $2n_2$  である。

伝搬する光波に対する  $G_{//}$  の値は(9.50)式を(9.28)式に代入して、

$$G_{//} = G_{11} \sin^2 \varphi + G_{33} \cos^2 \varphi \quad (9.58)$$

となる。これより、(9.50)式の  $G_{11}, G_{33}$  の値を入れると、約  $\varphi = 56^\circ$  で  $G_{//} = 0$  となる。

光の伝播方向 ( $\varphi$ ) が与えられると (9.56) 式から  $n_2$  が決まり、(9.58)式から  $G_{//}$  が求まる。それらを用いて、楕円率  $\zeta$  も (9.49)式から求まる。波長  $\lambda = 520\text{nm}$  での水晶の屈折率を  $n_o = 1.5480, n_e = 1.5570$ <sup>4)</sup>と取ると、表 9.2 のような値が得られる。

表 9.2 水晶における光学軸からのずれ  $\varphi$  と楕円率  $\zeta$

$\varphi$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$45^\circ$	$90^\circ$
$G_{//}$	$12.81 \times 10^{-5}$	$12.39 \times 10^{-5}$	$11.70 \times 10^{-5}$	$10.76 \times 10^{-5}$	$3.57 \times 10^{-5}$	$-5.82 \times 10^{-5}$
$\zeta$	0.56	0.15	0.062	0.034	$2.6 \times 10^{-3}$	$2.1 \times 10^{-3}$

光の伝播方向の角  $\varphi$  が  $0 < \varphi < 56^\circ$  の範囲では  $G_{//} > 0$  となるので、この範囲では  $n_+$  に対応する固有光波は左回り楕円偏光である。楕円率は  $\varphi$  が大きくなるにつれて小さくなり、楕円はつぶれていく。そして  $\varphi = 56^\circ$  で一度直線偏光になる。 $\varphi$  がこれより大きくなると  $G_{11}$  の項が大きくなり、 $G_{//} < 0$  となるので、 $n_+$  に対応する固有光波は右回り楕円偏光となる。いずれの楕円偏光の場合でも、長軸は常光線に対応する  $x$  軸方向である。 $n_-$  に対応する固有波は同じ様にふるまうが、楕円の回転方向が逆になり、かつ楕円の長軸は異常光線のそれと同じ方向、すなわち、 $yz$  面内にある。この様子を図 9.12 に示す。

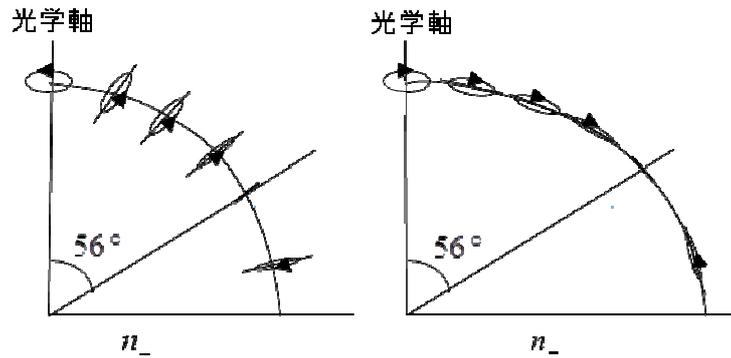


図9.12 左水晶の $n_+$ 、 $n_-$ の波動ベクトル面上の偏光。 $56^\circ$ で偏光回転方向が逆転する。

ここでは図 9.10 で示した $n_+$ 、 $n_-$ の波動ベクトル面を見やすくするため、分けて描いてある。表 9.2 から、光の伝播方向が光学軸から外れると円偏光から楕円偏光に移り、わずかな角度で楕円率は急激に小さくなる。 $45^\circ$  以上では短軸方向の光強度は長軸方向の強度に比べて $10^{-6}$  となるから、この範囲では直線偏光とみなしてよい。すなわち、光学軸から外れた方向に伝搬する光波は普通の一軸性結晶のように振舞うとしてよいのである。

参考文献：

- 1) F.A.Jenkins and H.E.White "Fundamentals of Optics" (Fourth Edition) (McGraw-Hill,1976) p.583
- 2) Yariv & Yeh "Optical Waves in Crystals" (John Wiley & Sons, 2003) p.102
- 3) J.F.Nye "Physical Properties of Crystals" (Oxford Pr. 1957) p.273
- 4) F.A.Jenkins and H.E.White "Fundamentals of Optics" (Fourth Edition) (McGraw-Hill,1976) p.552

注 1)

(9.32)式より、

$$\tilde{\epsilon}' = \epsilon_0^{-1} \tilde{\epsilon} + \tilde{A} \quad \text{ただし、} \tilde{A} = iG_{//} \tilde{S} = \begin{pmatrix} 0 & -iG_{//}\gamma & iG_{//}\beta \\ iG_{//}\gamma & 0 & -iG_{//}\alpha \\ -iG_{//}\beta & iG_{//}\alpha & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{a1})$$

$\tilde{\epsilon}'$ の逆行列 $\tilde{\eta}$ を $\tilde{\epsilon}$ の逆行列 $\tilde{\epsilon}^{-1}$ で展開して

$$\tilde{\epsilon}'^{-1} = \tilde{\eta} = \epsilon_0 \tilde{\epsilon}^{-1} + \tilde{B} \quad (\text{a2})$$

と置く。単位行列を $\tilde{E}$ とすると、 $\tilde{\epsilon}'$ の逆行列が $\tilde{\eta}$ であるから、

$$\tilde{E} = \tilde{\epsilon}' \tilde{\eta} = (\epsilon_0^{-1} \tilde{\epsilon} + \tilde{A}) \cdot (\epsilon_0 \tilde{\epsilon}^{-1} + \tilde{B}) = \tilde{E} + \epsilon_0^{-1} \tilde{\epsilon} \tilde{B} + \epsilon_0 \tilde{A} \tilde{\epsilon}^{-1} + \tilde{A} \tilde{B} \quad (\text{a3})$$

$\tilde{A} \rightarrow 0$  のとき、 $\tilde{B} \rightarrow 0$  となるから、 $\tilde{A}, \tilde{B}$  はともに  $\epsilon_0^{-1} \tilde{\epsilon}$ ,  $\epsilon_0 \tilde{\epsilon}^{-1}$  に比べて十分小さいときには  $\tilde{A} \tilde{B}$  を他の項に比べて小さいとして無視することができる。 $\tilde{A}$  は(a1)式で与えられているから、((a3)式より

$$\epsilon_0^{-1} \tilde{\epsilon} \tilde{B} = -\epsilon_0 \tilde{A} \tilde{\epsilon}^{-1} \quad \therefore \tilde{B} = -\epsilon_0^2 \tilde{\epsilon}^{-1} \tilde{A} \tilde{\epsilon}^{-1} = -i \epsilon_0^2 G_{//} \tilde{\epsilon}^{-1} \tilde{S} \tilde{\epsilon}^{-1} \quad (\text{a4})$$

(9.42)式が得られた。

## 付録 E 発散と回転

マクスウェルの電磁方程式で使用される数学の演算子をここで解説する。

ベクトル  $\mathbf{A}$  が空間座標  $x, y, z$  の関数であるとき、

$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{E1})$$

で定義される  $\operatorname{div}\mathbf{A}$  を  $\mathbf{A}$  の発散 (divergence) という。次で定義されるナブラ記号

$$\nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (\text{E2})$$

を使って書けば、 $\operatorname{div}\mathbf{A}$  は形式的に  $\nabla$  と  $\mathbf{A}$  のスカラー積の形にかける。

$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} \quad (\text{E3})$$

ナブラ記号と  $\mathbf{A}$  のベクトル積で定義されるベクトル  $\mathbf{B}$

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{E4})$$

を  $\mathbf{A}$  の回転 (rotation) という。ベクトル積の定義(付録 C の (C8) 式)に従って具体的に書くと

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \mathbf{e}_x + \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \mathbf{e}_y + \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \mathbf{e}_z \quad (\text{E5})$$

(E2) 式の定義とベクトルのスカラー積の定義により、

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \equiv \Delta \quad (\text{E6})$$

$\nabla^2$  を  $\Delta$  と書くこともある。

(C14)式で  $\mathbf{A} = \mathbf{B} = \nabla$  とおき、 $\mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$  であることに注意すると、

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{C}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{C}) - \nabla^2 \mathbf{C} \quad (\text{E7})$$

が得られる。

## 付録 F マックスウェル方程式と平面電磁波

電磁現象に現れる電場  $\mathbf{E}$ 、磁場  $\mathbf{H}$  などは全て下記のマックスウェル(Maxwell)方程式を満足する。誘電率と透磁率が媒体の特性を表す量である。

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{F1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{F2})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{F3})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{F4})$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad \varepsilon : \text{誘電率} \quad (\text{F5})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \mu : \text{透磁率} \quad (\text{F6})$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad \sigma : \text{伝導率} \quad (\text{F7})$$

$\mathbf{j}$  : 電流密度       $\rho$  : 電荷密度

$\mathbf{E}$  : 電場 (の強さ)       $\mathbf{H}$  : 磁場 (の強さ)

$\mathbf{D}$  : 電気変位 (電束密度)       $\mathbf{B}$  : 磁束密度、

異方性媒体では誘電率  $\varepsilon$ 、透磁率  $\mu$ 、伝導率  $\sigma$  はテンソル量である。ここでは簡単のために、媒体は均一、かつ等方性媒質とする。この仮定により  $\varepsilon, \mu, \sigma$  は場所によらないスカラー量となる。また、光学で扱う物質では、一般に磁性を持たないから、 $\mu$  は真空の透磁率  $\mu_0$  でよいが、ここでは磁性体も含めて扱えるので  $\mu$  を使うことにする。

媒体は電荷を帯びていないとすると、(F1) 式で  $\rho = 0$  とおけ、

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \varepsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$\varepsilon$  はスカラー量なので、

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{F8})$$

(F4) 式の両辺の回転 (rot) をとり、 $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$  などを用いると、

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu \frac{\partial (\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t} = -\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (\text{F9})$$

左辺は、付録 E の (E7) 式から、

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} \quad (\text{F10})$$

ここで、(F8) 式を使った。この結果を (F9) 式に代入すると、

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{F11})$$

この微分方程式は波動方程式としてよく知られている、波の従う基本方程式である。電

場が波の基本方程式に従うことから、電場は波として伝搬することが示されたことになる。

波動方程式を簡単化して、電流はなく ( $\sigma = 0$ )、かつ、 $z$  方向のみの 1 次元波動方程式を考える。1 次元では  $\mathbf{E}$  はスカラー量になるので、(F11) 式の波動方程式は

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{F12})$$

となる。任意の微分可能な関数  $g(x)$  の  $x$  を  $(z - vt)$  で置き換えた  $g(z - vt)$  は波動方程式 (F12) の解になっている。即ち、

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial t} &= \frac{\partial g}{\partial z} \frac{\partial(z - vt)}{\partial t} = -v \frac{\partial g}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} &= (-v) \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial g}{\partial z} \right) = (-v) \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \frac{\partial(z - vt)}{\partial t} = v^2 \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \end{aligned}$$

この結果を (F12) 式に代入すれば

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (\text{F13})$$

であれば、任意の関数  $g(z - vt)$  は波動方程式 (F12) の解である。関数  $g(z - vt)$  は空間の広がり  $g(z - vt)$  の形を保ったまま、 $z$  の正の方向に速さ  $v$  で進む波を表わしている。このことから、誘電率  $\epsilon$ 、透磁率  $\mu$  の媒質中での電磁波の伝播速度は、真空中の電磁波の速さ(光速)を  $c$  とすると、

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \quad (\text{F14})$$

であるから、

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \sqrt{\frac{\epsilon_0\mu_0}{\epsilon\mu}} = c \sqrt{\frac{\epsilon_0\mu_0}{\epsilon\mu}} \quad (\text{F15})$$

光学材料では  $\mu = \mu_0$  と置いてよいから、光学媒体の屈折率  $n$  を、媒体中の光速  $v = c/n$  で定義すると、

$$v = c \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}} = \frac{c}{n} \quad (\text{F16})$$

$$\epsilon = n^2 \epsilon_0 \quad (\text{F17})$$

となる。(F17) 式は透明な振動数領域における屈折率と誘電率を関係つける重要な式である。

三次元空間を伝播する電磁波を扱うには、 $g$  をベクトル  $\mathbf{E}$  に置き換え、さらに  $(z - vt)$  の

$z$  を三次元の位置ベクトル  $\mathbf{r}$ 、伝播の速さ  $v$  をベクトル  $\mathbf{v}$  とおけばよい。関数  $g$  として三角関数を取り、 $\mathbf{v}$  方向に向いた任意のベクトル  $\mathbf{k}$  を係数ととれば、習慣に従って  $\mathbf{r} - \mathbf{v}t \rightarrow \mathbf{v}t - \mathbf{r}$  と置き換えて

$$\cos(\mathbf{k} \cdot (\mathbf{v}t - \mathbf{r}) + \delta) = \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \delta) \quad (\text{F18})$$

ここで、 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = \omega$  とおいた。すでに見てきたように、角振動数  $\omega$  の電磁波の真空中での波長を  $\lambda$  とすると、(F18)式で表わされる波は

$$|\mathbf{k}| = k = \frac{2\pi n}{\lambda} \quad (\text{F19})$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{f\lambda}{n} = \frac{c}{n} \quad \text{ただし、} \omega = 2\pi f \quad (\text{F20})$$

以上の結果により、マックスウェル方程式の解として、角振動数  $\omega$  で  $\mathbf{k}$  方向に進む平面波を仮定すると、電場は

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\varphi} \quad \text{ただし、} \varphi = \omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \delta, \quad |\mathbf{k}| = \frac{2\pi n}{\lambda} \quad (\text{F21})$$

と表わせる。

この式を光吸収 ( $\sigma \neq 0$ ) もある振動領域に拡張する。(F21) 式を波動方程式 (F11) に代入すると、 $\nabla^2 \mathbf{E} = -k^2 \mathbf{E}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = i\omega \mathbf{E}$ ,  $\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{E}$  であるから、 $k^2$  について次式がえられる。

$$k^2 = \epsilon \mu_0 \omega^2 - i\sigma \mu_0 \omega = \frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \left( \epsilon - \frac{i\sigma}{\omega} \right) \equiv \frac{k_0^2}{\epsilon_0} (\epsilon_1 - i\epsilon_2) \quad (\text{F22})$$

ただし、 $\frac{\omega}{c} = 2\pi/\lambda = k_0$  は真空における波数である。

複素誘電率  $\hat{\epsilon} = \epsilon_1 - i\epsilon_2$ 、複素屈折率  $\hat{n} = n - ik$  とおくと、 $k = k_0 \hat{n}$  であるから、

$$k^2 = k_0^2 \hat{n}^2 = k_0^2 \frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_0} = \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \left( \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \right)$$

となり、

$$\epsilon_1 = \epsilon = \epsilon_0 (n^2 - k^2) \quad (\text{F23})$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma}{\omega} = \epsilon_0 \cdot 2nk \quad (\text{F24})$$

が得られる。これらの結果の一部は付録 B 複素数表示ですでに述べた (B19–B22)。

## 付録 G 光学定数の定義

工学系と物理系では光学定数に対して異なる定義をしている。これは工学系と物理系で波の位相の取り方が違うことから生じたものである。工学系では波の位相を  $\omega t - kz + \delta$  ととる。一方、物理系では  $kz - \omega t + \delta$  ととる。

吸収がある場合、振幅は  $e^{-\frac{\alpha}{2}z}$  の形で減衰していくから工学系では、 $k = \frac{2\pi}{\lambda}n$  として、

$$e^{-\frac{\alpha}{2}z} \cdot e^{i(\omega t - kz + \delta)} = e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(n - i\kappa)z + \delta)} \quad \text{ただし、} \kappa = \frac{\alpha\lambda}{4\pi} \quad (\text{G1})$$

として屈折率に組み入れると複素屈折率は  $n - i\kappa$  となる。これによって、誘電率  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 n^2$  の定義に従い、複素誘電率は

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\varepsilon}_1 - i\boldsymbol{\varepsilon}_2 \quad \text{ただし、} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_1}{\boldsymbol{\varepsilon}_0} = n^2 - \boldsymbol{\kappa}^2, \quad \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_2}{\boldsymbol{\varepsilon}_0} = 2\boldsymbol{\kappa}n \quad (\text{G2})$$

となる（付録 B 電磁波の複素数表示 (B17) ~ (B23) 参照）。

物理系では位相を  $kz - \omega t + \delta$  とするために、減衰効果を入れると複素屈折率は  $n + i\kappa$  としなければならない。それに従って複素誘電率も

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\varepsilon}_1 + i\boldsymbol{\varepsilon}_2 \quad \text{ただし、} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_1}{\boldsymbol{\varepsilon}_0} = n^2 - \boldsymbol{\kappa}^2, \quad \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_2}{\boldsymbol{\varepsilon}_0} = 2\boldsymbol{\kappa}n \quad (\text{G3})$$

となる。

波の位相を  $\omega t - kz + \delta$  ととる工学系では左回り円偏光は

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos(\omega t - kz) \\ a \sin(\omega t - kz) \end{pmatrix} = \frac{a}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{i(\omega t - kz)} \quad \text{ジョーンズ・ベクトル} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (\text{G4})$$

となる。一方、物理系では波の位相を  $kz - \omega t + \delta$  ととるから、この時左回り円偏光は、 $z = 0$  で観測すれば明らかなように

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos(kz - \omega t) \\ -a \sin(kz - \omega t) \end{pmatrix} = \frac{a}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i(kz - \omega t)} \quad \text{ジョーンズ・ベクトル} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (\text{G5})$$

屈折率の分散で用いたローレンツ模型 (4.6 節、(2.24) 式) では速度に比例する摩擦力を考えたが、電子の速度は電場に追従して変動するとしているとするため、工学系では  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 e^{i\omega t}$  と置けるので、 $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = i\omega \mathbf{r}$  となるが、物理系では  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 e^{i\omega t}$  なので  $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -i\omega \mathbf{r}$  となる。

以上のように工学系から物理系に移るには光学定数の  $\pm i \rightarrow \mp i$  に変換すればよいことがわかる。逆もまた成り立つ。

光学定数の定義と位相の取り方

	工学系	物理系
位相	$\omega t - kz + \delta$	$kz - \omega t + \delta$
複素屈折率	$n - i\kappa$	$n + i\kappa$
複素誘電率	$\varepsilon_1 - i\varepsilon_2$	$\varepsilon_1 + i\varepsilon_2$
左回り円偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$
左回り楕円偏光 (x、y 軸が楕円軸の場合)	$\begin{pmatrix} \cos \chi \\ -i \sin \chi \end{pmatrix}, (0 < \chi < \frac{\pi}{2})$	$\begin{pmatrix} \cos \chi \\ i \sin \chi \end{pmatrix}$
右回り円偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$
右回り楕円偏光 (x、y 軸が楕円軸の場合)	$\begin{pmatrix} \cos \chi \\ i \sin \chi \end{pmatrix}, (0 < \chi < \frac{\pi}{2})$	$\begin{pmatrix} \cos \chi \\ -i \sin \chi \end{pmatrix}$
ローレンツ模型 (原子分極率)	$\alpha = \frac{q^2}{m} \sum_k \frac{f_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + i\Gamma_k \omega}$	$\alpha = \frac{q^2}{m} \sum_k \frac{f_k}{\omega_k^2 - \omega^2 - i\Gamma_k \omega}$